

Annales baccalauréat STI2D

Complexes

Exercice 1. Polynésie 13 mars 2023

On considère les nombres complexes $z_1 = 6e^{i\frac{\pi}{4}}$ et $z_2 = -\sqrt{3} + i$, où i désigne le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

1. Écrire z_2 sous forme exponentielle.

Détailler les calculs.

2. En déduire une écriture du nombre complexe $Z = \frac{z_1}{z_2^3}$ sous forme exponentielle.

Exercice 2. Métropole, Antilles-Guyane 20 mars 2023

On désigne par i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

Mettre le nombre complexe $\sqrt{3} + i$ sous forme exponentielle en détaillant les calculs.

Exercice 3. Mexique mars 2023

On considère les nombres complexes

$$z_1 = 2e^{i\frac{\pi}{3}} \quad \text{et} \quad z_2 = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$$

1. Exprimer sous forme exponentielle le produit $z_1 \times z_2$.
2. En déduire une forme trigonométrique de $z_1 \times z_2$.

Exercice 4. La Réunion 28 mars 2023

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

Le point M d'affixe z_M vérifie les conditions suivantes :

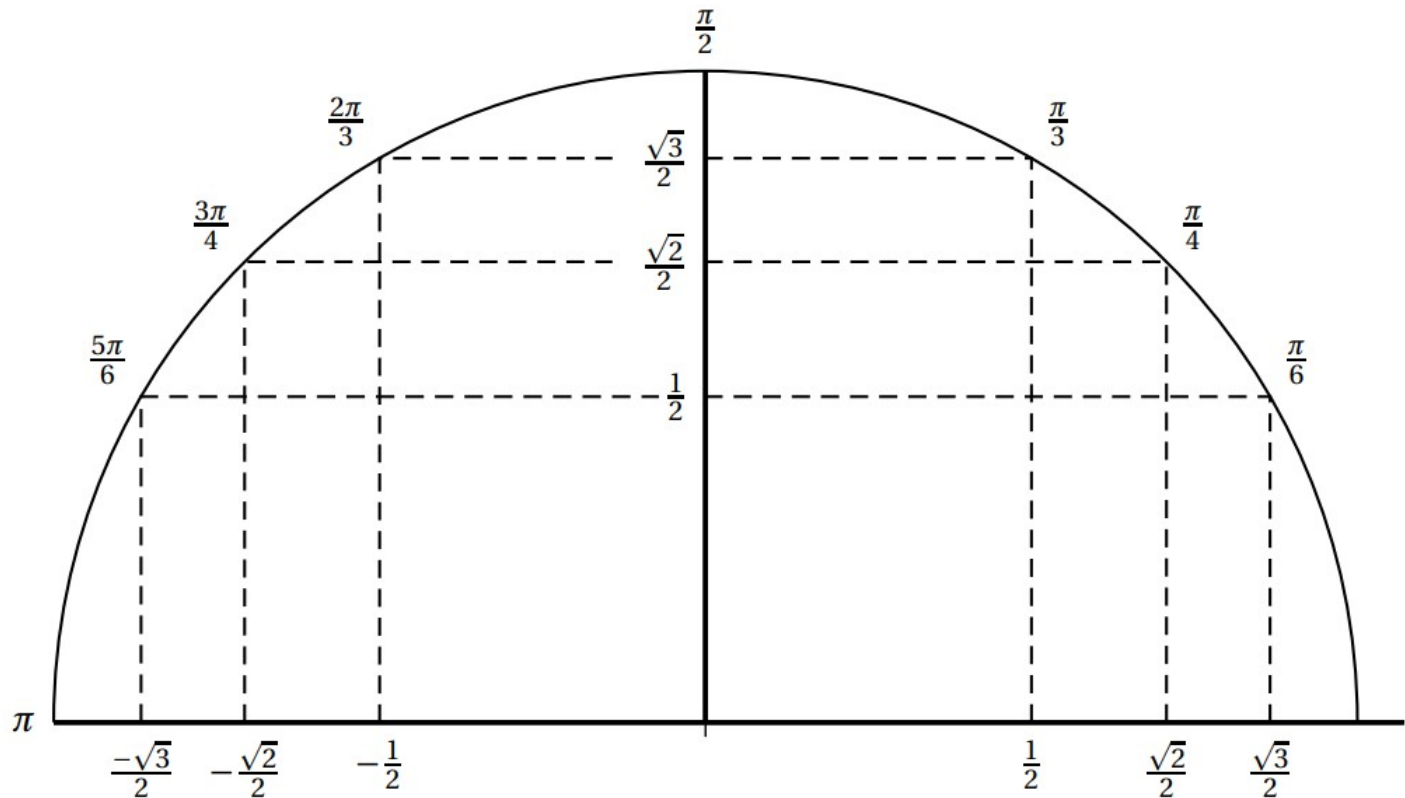
- M appartient au cercle de centre O et de rayon 6;

- la partie réelle de z_M est négative;
- la partie imaginaire de z_M est égale à 3.

1. Soit θ la mesure dans $[0 ; 2\pi[$ de l'argument du nombre complexe z_M .
Déterminer $\sin(\theta)$.

2. À l'aide du demi-cercle trigonométrique ci-dessous, donner la valeur exacte de θ . Justifier.

3. En déduire l'écriture exponentielle de z_M .



Exercice 5. Nouvelle-Calédonie 9 septembre 2023

On désigne par i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

Soient z_1 et z_2 les nombres complexes définis par :

$$z_1 = \sqrt{2} + i\sqrt{2} \quad \text{et} \quad z_2 = e^{i\frac{\pi}{12}}.$$

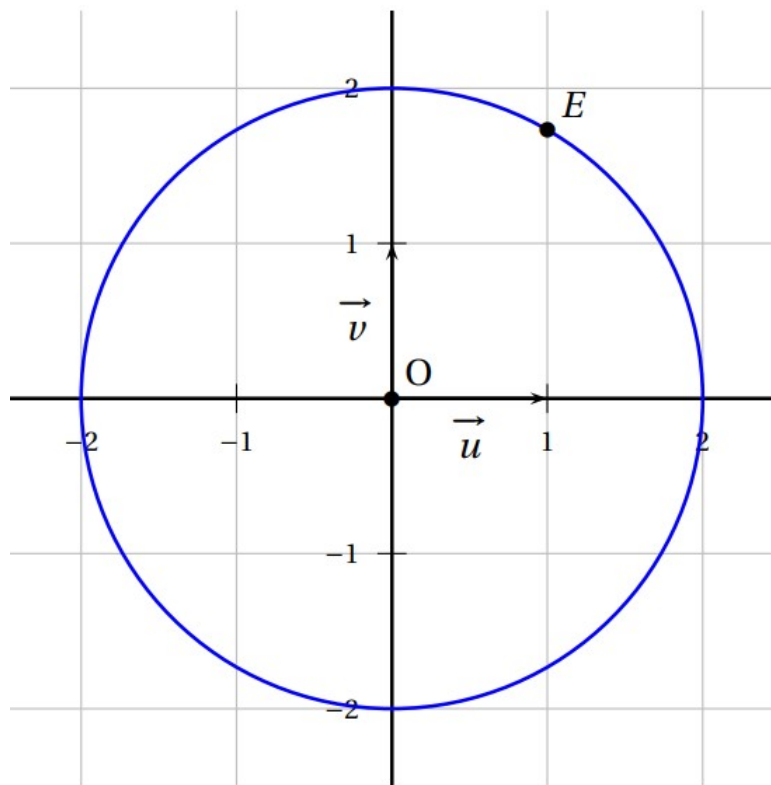
1. Écrire z_1 sous forme exponentielle, en détaillant les calculs.
2. Montrer que $2z_2^3 = z_1$.

Exercice 6. Métropole, Antilles-Guyane 12 septembre 2023

On désigne par i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

Sur le graphique suivant, on considère le point E dont l'affixe est notée : Z_E .



Par lecture graphique, donner l'écriture exponentielle de Z_E .

Exercice 7. Polynésie 4 mai 2022

Soit le nombre complexe $z = -1 + i$.

1. Montrer que $z = \sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$.
2. Quelle est la partie imaginaire de z^4 ? Justifier.

Exercice 8. Métropole — La Réunion 11 mai 2022

On désigne par i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

On considère le nombre complexe suivant :

$$z = \frac{-1 + i}{3i}.$$

1. Mettre z sous forme algébrique. Détailler les calculs.
2. Mettre z sous forme exponentielle. Détailler les calculs.

Exercice 9. Métropole — La Réunion 11 mai 2022

Rappel : pour a et b deux réels, on a les formules suivantes :

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$$

La tension u , exprimée en volt, aux bornes d'un dipôle en fonction du temps t , exprimé en seconde, est donnée par : $u(t) = \cos(50t) + \sqrt{3} \sin(50t)$.

1. Pour tout nombre réel t , écrire $u(t)$ sous la forme $u(t) = U_{\max} \cos(\omega t + \varphi)$ où :
 - $U_{\max}$ représente la tension maximale (exprimée en volt) ;
 - ω représente la pulsation (exprimée en rad.s^{-1}) ;
 - φ représente le déphasage (exprimé en rad).
2. En déduire la fréquence correspondante $f = \frac{\omega}{2\pi}$, exprimée en Hz. Arrondir le résultat à l'unité.

Exercice 10. Centres étrangers 18 mai 2022

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

Soit A et B les points d'affixes respectives :

$$z_A = e^{i\frac{5\pi}{6}} \text{ et } z_B = e^{-i\frac{2\pi}{3}}.$$

1. Les points A et B sont correctement représentés sur l'une des figures ci-dessous. Laquelle? Aucune justification n'est attendue.

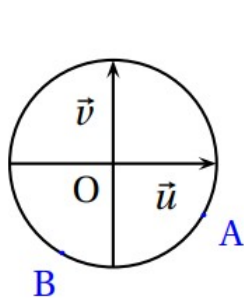


Figure 1

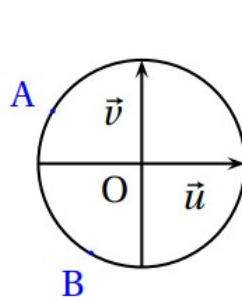


Figure 2

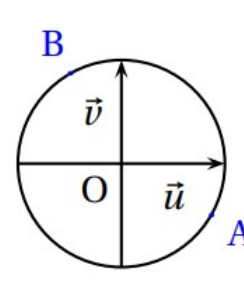


Figure 3

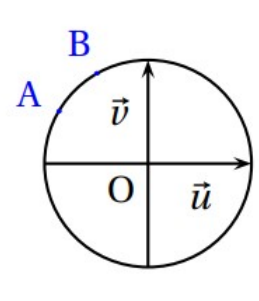


Figure 4

2. Montrer qu'un argument de $\frac{z_A}{z_B}$ est $\frac{-\pi}{2}$.

Exercice 11. Centres étrangers 18 mai 2022

Rappel : Pour a et b deux réels, nous avons les formules suivantes :

$$\begin{aligned}\cos(a+b) &= \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b) \\ \cos(a-b) &= \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b) \\ \sin(a+b) &= \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b) \\ \sin(a-b) &= \sin(a)\cos(b) - \cos(a)\sin(b)\end{aligned}$$

On considère un signal électrique dont l'expression en fonction du temps t est donnée par :

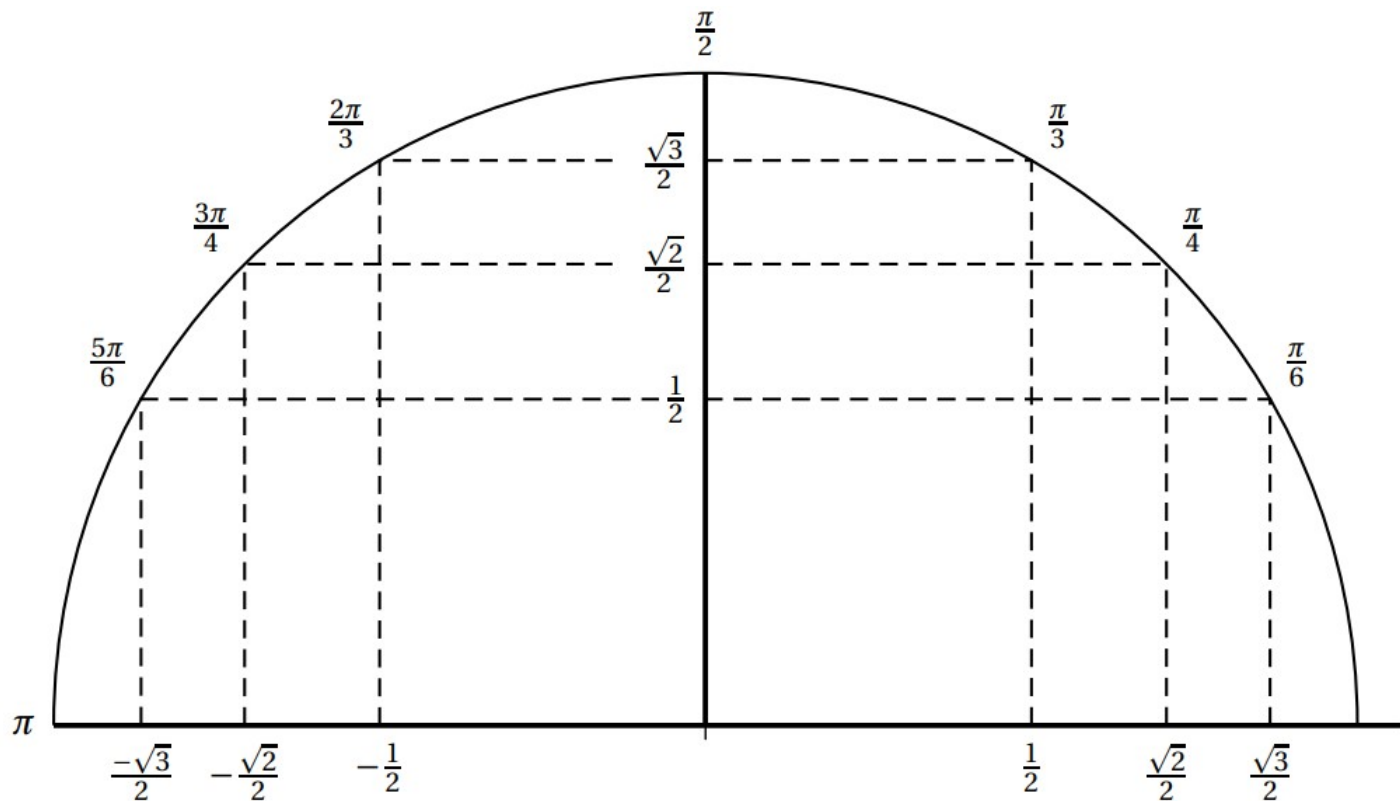
$$u(t) = \sqrt{3} \cos(t) - \sin(t).$$

1. Montrer que le signal u peut s'écrire pour tout t réel sous la forme :

$$u(t) = 2 \cos\left(t + \frac{\pi}{6}\right).$$

2. Résoudre dans $[0; \pi[$, l'équation $u(t) = 1$.

On pourra s'aider du demi-cercle trigonométrique ci-dessous :



Exercice 12. Métropole — Antilles-Guyane 8 septembre 2022

On note i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$:

On pose $z = \sqrt{3} - i$ et $z' = -\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$.

1. Déterminer la forme exponentielle de z . Détailler les calculs.
2. En déduire la forme exponentielle de $\frac{z}{z'}$.

Exercice 13. Métropole — Antilles-Guyane 8 septembre 2022

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \sin(x) + \cos(x)$,

1. Montrer que f est solution de l'équation différentielle $y'' + y = 0$.
2. Montrer que, pour tout nombre réel x , $f(x) = \sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

Rappel : pour a et b deux réels, on a les formules suivantes :

$$\cos(a + b) = \cos(a) \cos(b) - \sin(a) \sin(b)$$

$$\cos(a - b) = \cos(a) \cos(b) + \sin(a) \sin(b)$$

$$\sin(a + b) = \sin(a) \cos(b) + \cos(a) \sin(b)$$

$$\sin(a - b) = \sin(a) \cos(b) - \cos(a) \sin(b)$$

Exercice 14. Métropole — La Réunion (candidats libres) juin 2021

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On considère les points A et B d'affixes respectives :

$$z_A = 3e^{-i\frac{\pi}{3}} \quad \text{et} \quad z_B = -1 + i\sqrt{3}.$$

Les points O, A et B sont-ils alignés ?

Exercice 15. Métropole — La Réunion (candidats libres) juin 2021

Rappel : Pour a et b deux réels, on a les formules suivantes :

$$\cos(a + b) = \cos(a) \cos(b) - \sin(a) \sin(b)$$

$$\cos(a - b) = \cos(a) \cos(b) + \sin(a) \sin(b)$$

$$\sin(a + b) = \sin(a) \cos(b) + \cos(a) \sin(b)$$

$$\sin(a - b) = \sin(a) \cos(b) - \cos(a) \sin(b)$$

La tension u aux bornes d'un générateur, exprimée en volt, dépendant du temps t , exprimé en seconde, est donnée à l'instant t par :

$$u(t) = 120 \cos(70t) - 120 \sin(70t).$$

1. Montrer que, pour tout t de l'intervalle $[0 ; +\infty[$, $u(t) = 120\sqrt{2} \cos\left(70t + \frac{\pi}{4}\right)$.
2. En déduire la fréquence $f = \frac{\omega}{2\pi}$, exprimée en Hz, délivrée par le générateur, où ω désigne la pulsation.

On arrondira le résultat à l'unité.

Exercice 16. Métropole — La Réunion (candidats libres) septembre 2021

On considère le nombre complexe $z = \frac{2-i}{1-3i}$.

Vrai ou faux :

« Le nombre complexe z^4 est un nombre réel négatif. »

Exercice 17. Métropole — La Réunion (candidats libres) septembre 2021

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On considère les points A, B et C d'affixes respectives :

$$z_A = -1 + i, \quad z_B = 4 + 2i \quad \text{et} \quad z_C = -4i.$$

Vrai ou faux :

« Le triangle ABC est rectangle et isocèle. »

Corrigé

