

Annales baccalauréat STI2D

Exponentielle et logarithme

Exercice 1. Polynésie 13 mars 2023

La fonction θ , représentée ci-dessous, modélise l'évolution de la température du four (exprimée en degré Celsius) en fonction du temps t (exprimé en minute) écoulé depuis la fin de la pyrolyse. L'instant initial $t = 0$ correspond au début de la phase de refroidissement.

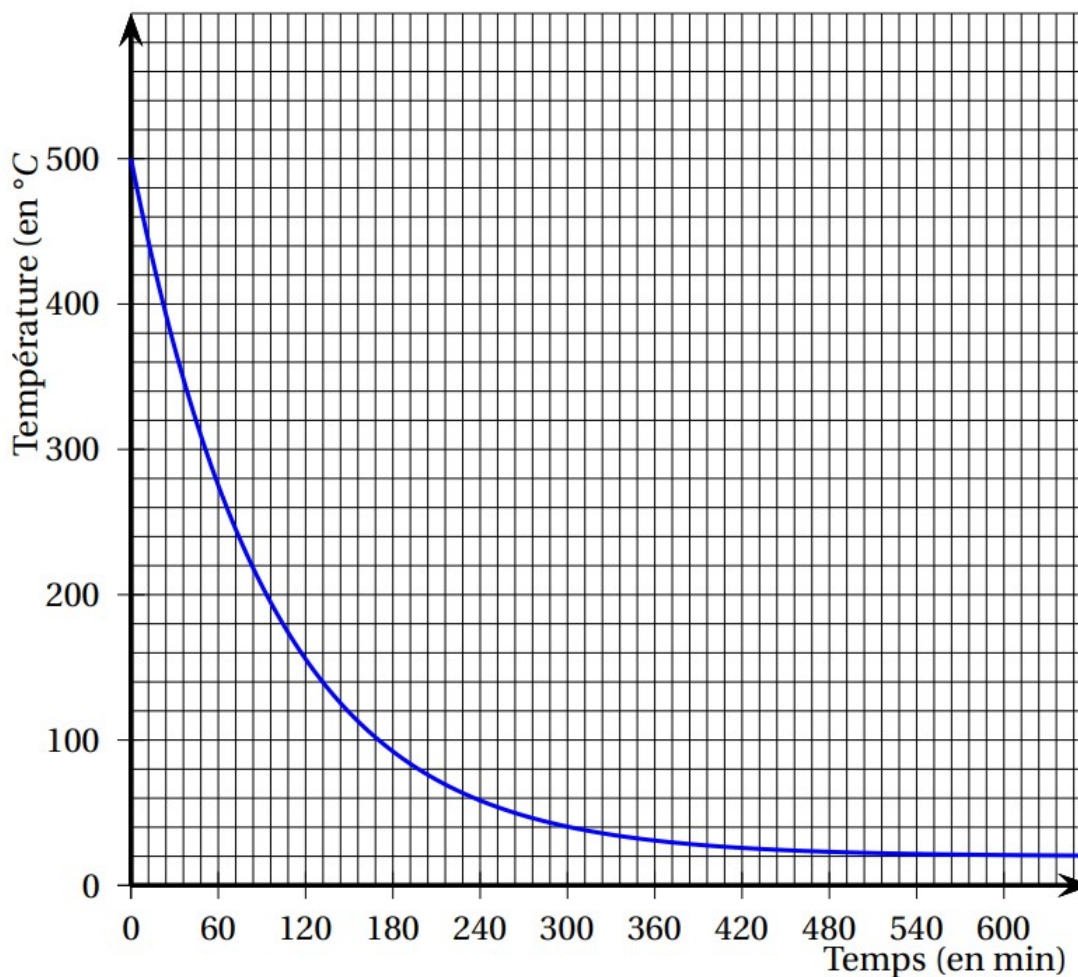


Figure 1 : évolution de la température en fonction du temps lors de la phase de refroidissement

1. Déterminer graphiquement $\lim_{t \rightarrow +\infty} \theta(t)$.
2. Interpréter cette limite dans le contexte de l'exercice.

La fonction θ utilisée pour cette modélisation est définie sur $[0 ; +\infty[$ par :

$$\theta(t) = 480e^{-\frac{1}{95}t} + 20.$$

3. Calculer la valeur exacte de la solution de l'équation $\theta(t) = 280$. Pour des raisons de sécurité, le fabricant impose que la porte du four reste verrouillée tant que la température du four est supérieure à 280°C .
4. Au bout de combien de temps la porte se déverrouille-t-elle?

Exercice 2. Mexique mars 2023

L'évolution de l'effectif de la population d'un pays, exprimé en millions d'habitants, est modélisée par la fonction f définie sur $[0; 40]$ comme suit :

$$f(t) = 10e^{0,02t},$$

où t correspond au nombre d'années écoulées depuis le 1^{er} janvier 2020.

1. Estimer le nombre d'habitants donné par ce modèle au 1^{er} janvier 2020 et au 1^{er} janvier 2021.
2. D'après ce modèle, déterminer l'année durant laquelle l'effectif de la population dépassera 20 millions d'habitants.

Exercice 3. Métropole, Antilles-Guyane 12 septembre 2023

On considère un réel x , strictement positif et on note $\log(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(10)}$.

Pour tout réel x , strictement positif, $\log(100x)$ est égal à :

A	B	C	D
$10x$	$100\log(x)$	$2 + \log(x)$	$10 + \log(x)$

Exercice 4. Polynésie 4 mai 2022

Une voiture électrique, dont l'accumulateur est totalement déchargé, est branchée à une borne de rechargement. L'énergie emmagasinée par l'accumulateur (en kilowattheure), notée E , peut être modélisée en fonction du temps t écoulé (en heure) par la fonction E définie pour

$t \in [0; +\infty[$ par :

$$E(t) = 18(1 - e^{-0,45t}).$$

On admet que cette voiture a une énergie de stockage limitée à 18 kWh.
Déterminer l'instant t_0 , arrondi à la minute, à partir duquel la moitié de cette énergie de stockage limite a été emmagasinée.

Exercice 5. Polynésie 4 mai 2022

On considère l'équation :

$$3\ln(x) - \ln(x + 30) = 2\ln(5),$$

où x appartient à l'intervalle $]0 ; +\infty[$.

Donner, parmi les quatre propositions suivantes, la solution de cette équation.

a. 0

b. e^{-5}

c. 10

d. 20

Exercice 6. Métropole — Antilles-Guyane 8 septembre 2022

Une horloge au jus d'orange

Pour mettre en évidence le principe de fonctionnement d'une pile, il est possible d'alimenter une horloge grâce à une pile rudimentaire constituée d'une électrode de cuivre et d'une électrode en magnésium plongeant dans du jus d'orange.

En réalisant l'expérience les valeurs suivantes sont relevées :

Durée de fonctionnement maximale	Environ 21 h	
Tension	1,52 V	
Intensité du courant électrique	0,3 mA	
pH du jus d'orange au début et à la fin de l'expérience	Début : 3,9	Fin : 6,5
Volume du jus d'orange	140 mL	

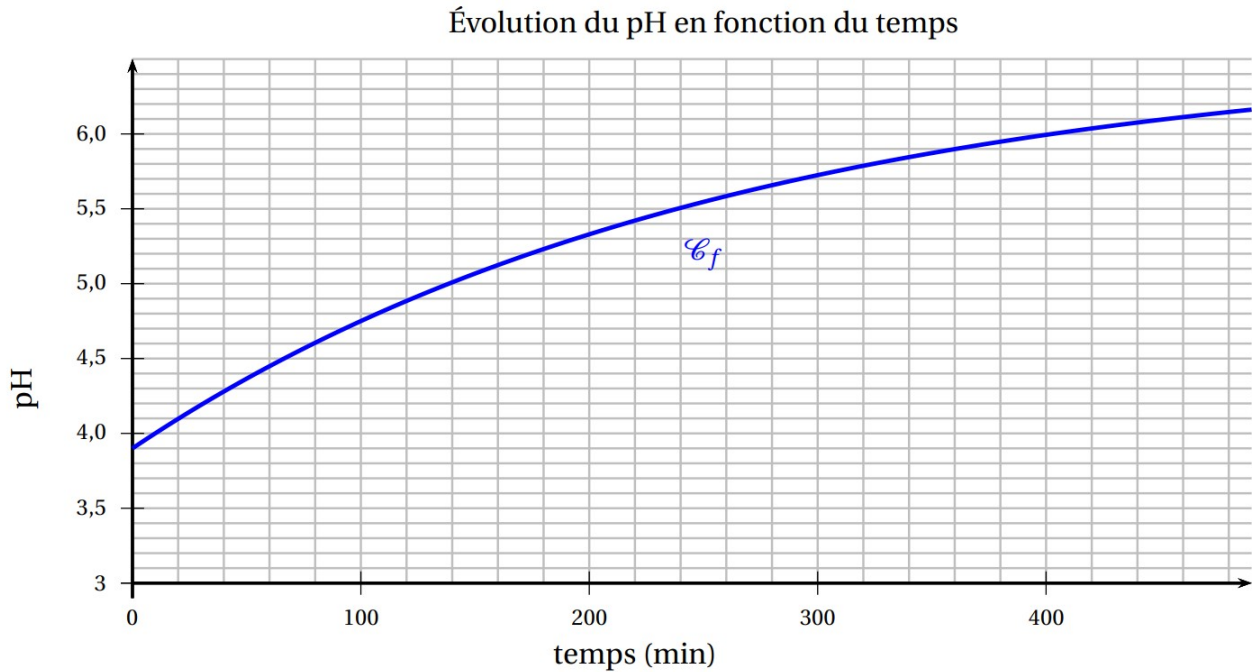
Le but de cet exercice est de modéliser le fonctionnement de cette pile à l'aide d'un modèle mathématique en cohérence avec les résultats expérimentaux mesurés.

On note t le temps, exprimé en minute, écoulé depuis la mise en fonctionnement de la pile au jus d'orange.

À l'aide d'une étude expérimentale, la valeur du pH en fonction du temps peut être modélisée par la fonction f définie sur $[0 ; +\infty[$ par :

$$f(t) = 6,571 - 2,671e^{-\frac{t}{261}}.$$

Une représentation graphique de f est donnée ci-dessous.



1. Calculer $f(0)$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'expérience.
2. **a.** Résoudre graphiquement l'équation $f(t) = 5$.
Donner le résultat en heure et minute.
b. Résoudre algébriquement l'équation $f(t) = 5$. Donner le résultat arrondi à la minute. Comparer ce résultat à celui obtenu à la question **2. a.**
3. Calculer $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t)$. Le résultat est-il compatible avec les valeurs relevées lors de l'expérience?

Exercice 7. Métropole — Antilles-Guyane 8 septembre 2022

1. Le nombre $\ln(35)$ est égal à :

- a. $\ln(5) \times \ln(7)$ b. $\ln(5) + \ln(7)$ c. $\ln(30) + \ln(5)$ d. $\ln(30) \times \ln(5)$

2. Le nombre e^{20} est égal à :

- a. $e^4 \times e^5$ b. $e^4 + e^5$ c. $e^5 + e^{15}$ d. $e^5 \times e^{15}$

Exercice 8. Métropole — La Réunion (candidats libres) juin 2021

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0,5; 10]$ par :

$$f(x) = x^2 - x - 2 - 3\ln(x).$$

On note f' la fonction dérivée de f .

1. Montrer que $f'(x) = \frac{(x+1)(2x-3)}{x}$ pour tout x appartenant à l'intervalle $[0,5; 10]$.
2. Montrer que f admet un minimum sur l'intervalle $[0,5; 10]$ et préciser la valeur exacte de ce minimum.

Exercice 9. Métropole — La Réunion (candidats libres) juin 2021

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $e^{-0,0434x} = 0,01$.

On donnera la valeur exacte de la solution.

2. Un signal de puissance initiale $P(0) = 6,75$ mW parcourt une fibre optique.

La puissance du signal, exprimée en mW, lorsque celui-ci a parcouru une distance de x kilomètres depuis l'entrée est donnée par $P(x) = 6,75e^{-0,0434x}$.

Quelle est la distance parcourue par le signal lorsque celui-ci aura perdu 99 % de sa puissance ?

On arrondira le résultat obtenu au kilomètre.

Exercice 10. Métropole — La Réunion (candidats libres) septembre 2021

Le thorium 231 est un élément radioactif qui se désintègre selon la loi :

$N(t) = N(0)e^{-0,027t}$ où $N(0)$ est le nombre de noyaux au début de l'observation et $N(t)$ le nombre de noyaux à l'instant t exprimé en heure.

La demi-vie d'un élément radioactif est le temps au bout duquel la moitié de ses noyaux se sont désintégrés.

Vrai ou faux :

« La demi-vie du thorium 231 est d'environ 11 heures. »

Corrigé

