

DS de Mathématiques

Durée 1 heure.

Tout au long du devoir rédiger précisément en justifiant à chaque fois.

Compétence	Apprendre	S'approprier	Raisonner	Communiquer
Barème	3 + 4 + 0 + 0	5 + 0 + 2 + 1	0 + 3 + 0 + 0	0 + 1 + 0 + 1
Évaluation				

Exercice 1. (8 points)

1. Calculer la moyenne arithmétique de 5254 et de -1737.

$$\frac{5254 + (-1737)}{2} = \frac{3517}{2} = 1758,5.$$

2. Soit (u_n) la suite arithmétique de raison 15 et telle que $u_{34} = 549$.
Que vaut u_0 ?

$$u_{34} = u_0 + 34 \times 15 \text{ donc } u_0 = 549 - 510 = 39.$$

Que vaut u_{100} ?

$$u_{100} = 39 + 100 \times 15 = 1539.$$

Que vaut la somme $u_0 + \dots + u_{100}$?

$$S = 101 \times \frac{39 + 1539}{2} = 101 \times 789 = 79689.$$

3. Soit (v_n) la suite arithmétique telle que $v_7 = 1456$ et $v_{45} = 1551$.
Que vaut la raison ?

$$v_{45} = v_7 + 38r \text{ donc } r = \frac{1551 - 1456}{38} = \frac{95}{38} = 2,5.$$

Que vaut v_0 ?

$$v_0 = v_7 - 7 \times 2,5 = 1456 - 17,5 = 1438,5.$$

Que vaut v_{30} ?

$$v_{30} = 1438,5 + 30 \times 2,5 = 1513,5.$$

Que vaut la somme $v_{30} + \dots + v_{100}$?

$$v_{100} = 1438,5 + 250 = 1688,5. \text{ Il y a } 100 - 30 + 1 = 71 \text{ termes : } S = 71 \times \frac{1513,5 + 1688,5}{2} = 71 \times 1601 = 113671.$$

4. Calculer $652 + 640 + \dots + (-320)$.

$$\text{Suite arithmétique de raison } -12. \frac{652 - (-320)}{12} = 81 \text{ donc il y a 82 termes : } S = 82 \times \frac{652 + (-320)}{2} = 82 \times 166 = 13612.$$

Exercice 2. (8 points)

En 2017, le nombre d'abonnés à une page de réseau social d'un artiste était de 9 000. On suppose que, chaque année, il obtient 1 500 abonnés supplémentaires. A_n désigne le nombre d'abonnés en 2017 + n pour tout entier naturel n.

1. Calculer le nombre d'abonnés en 2018 et 2019.

$$A_1 = 9000 + 1500 = 10500 \text{ et } A_2 = 10500 + 1500 = 12000.$$

2. Prouver que la suite est arithmétique.

Chaque année on ajoute 1 500 abonnés : $A_{n+1} - A_n = 1500$ est constant, donc (A_n) est arithmétique de raison 1 500 et de premier terme $A_0 = 9000$.

3. Exprimer A_{n+1} en fonction de A_n .

$$A_{n+1} = A_n + 1500.$$

4. Exprimer A_n en fonction de n.

$$A_n = 9000 + 1500n.$$

5. Existe-t-il une année pour laquelle le nombre d'abonnés aura triplé par rapport à 2017? Si oui laquelle?

$$9000 + 1500n = 27000 \iff 1500n = 18000 \iff n = 12. \text{ Oui, en } 2017 + 12 = 2029.$$

6. Les abonnés rapportent chacun 0,5 euros par mois à l'artiste grâce à des revenus publicitaire. Quelle somme l'artiste aura gagnée au total entre 2017 et 2030?

Chaque abonné rapporte $0,5 \times 12 = 6$ € par an. De 2017 à 2030 il y a 14 termes : $A_0 + \dots + A_{13} = 14 \times \frac{9000 + 28500}{2} = 262500$. L'artiste gagne $262500 \times 6 = 1\,575\,000$ €.

Exercice 3. (2 points)

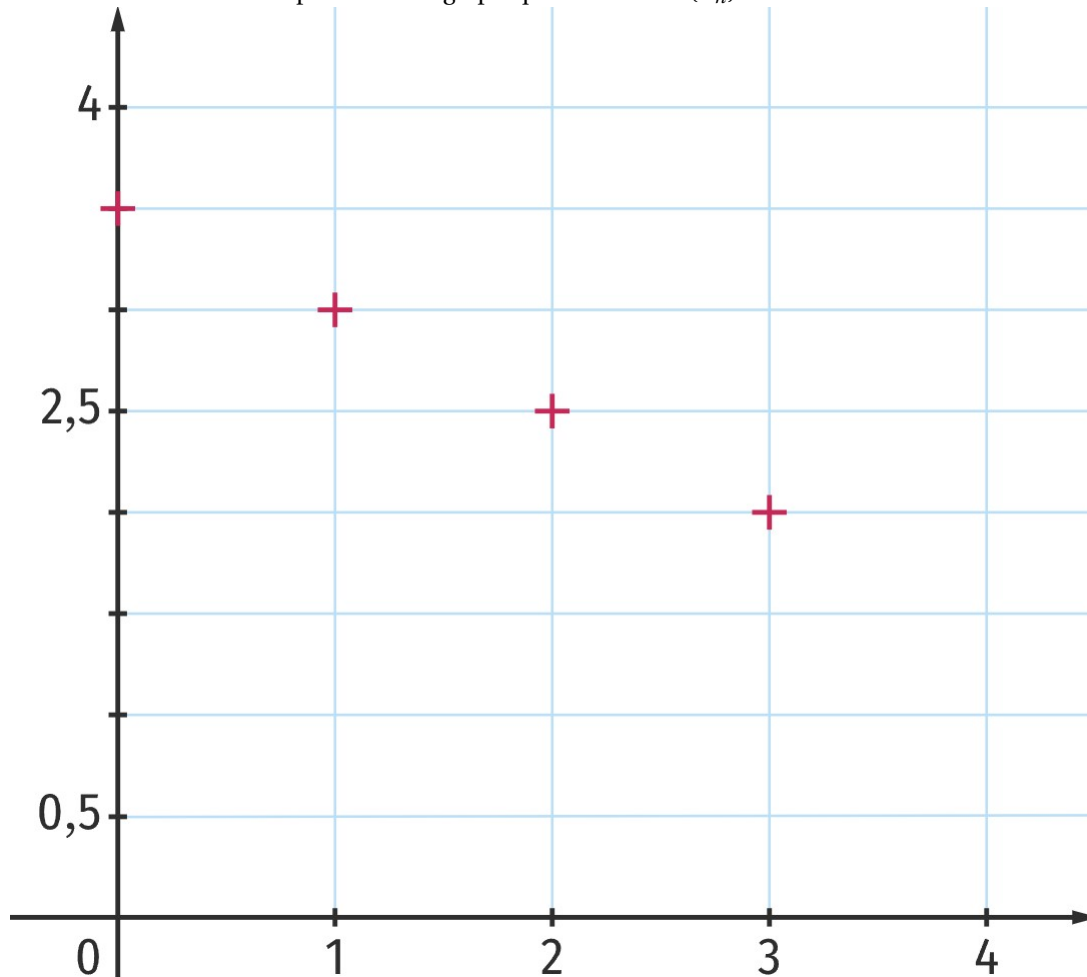
Compléter l'algorithme suivant afin qu'il calcule le terme de rang 40 de la suite arithmétique de raison -3 et de premier terme 51.

1	$n \leftarrow 0$
2	$u \leftarrow \dots$
3	Tant que n ...
4	$u \leftarrow \dots$
5	$n \leftarrow n + 1$
6	Fin tant que

Ligne 2 : $u \leftarrow 51$; ligne 3 : Tant que $n < 40$; ligne 4 : $u \leftarrow u - 3$. À la fin, $u = 51 - 3 \times 40 = -69$.

Exercice 4. (2 points)

On donne ci-dessous la représentation graphique d'une suite (u_n) .



Cette suite peut-elle être arithmétique? Si oui, quels sont la raison, le premier terme u_0 et u_4 ? Justifier.

On lit $u_0 = 3,5$; $u_1 = 3$; $u_2 = 2,5$; $u_3 = 2$. Les points sont alignés : on passe d'un terme au suivant en ajoutant toujours $-0,5$. La suite peut être arithmétique de raison $r = -0,5$ et de premier terme $u_0 = 3,5$; alors $u_4 = 2 - 0,5 = 1,5$.