

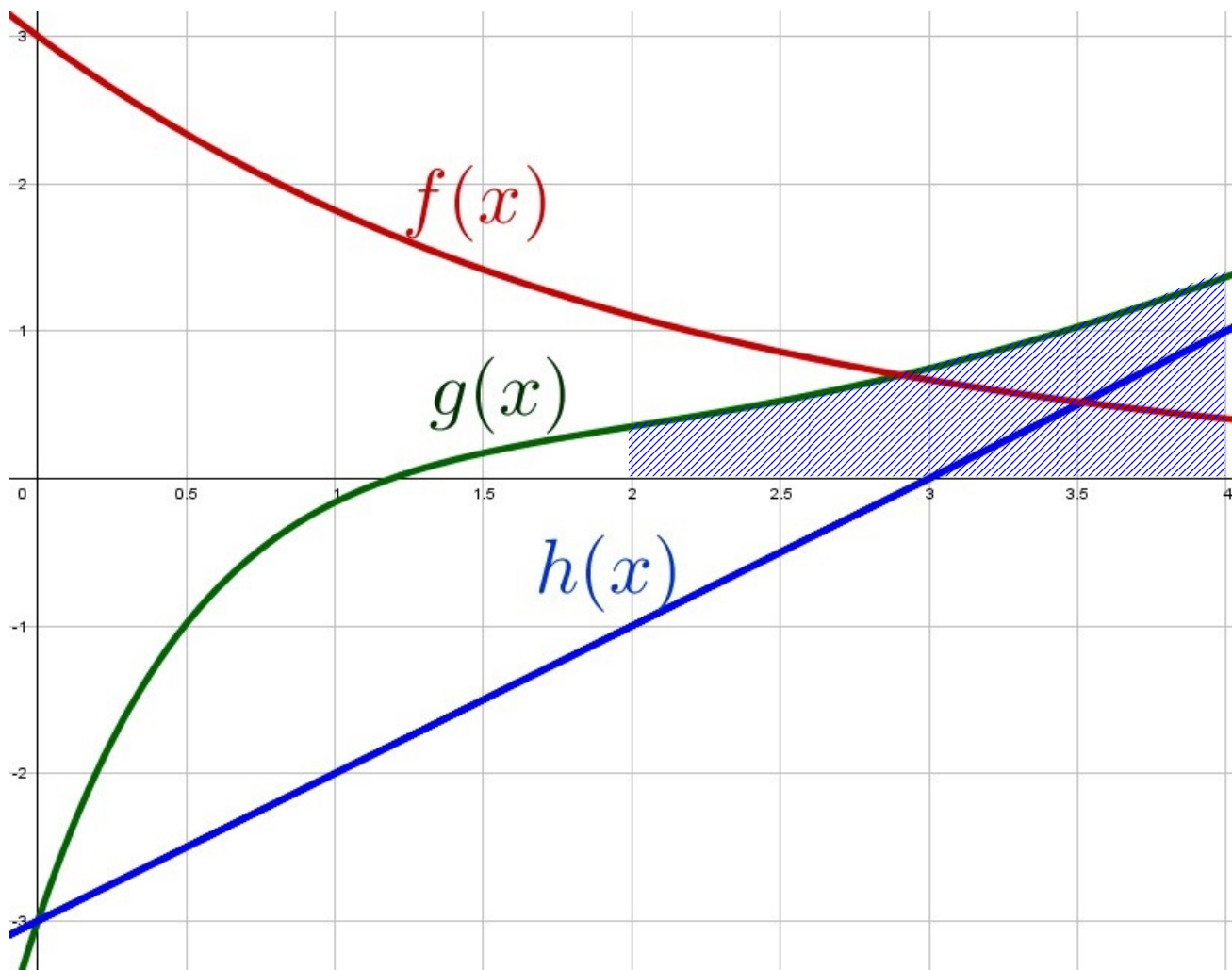
DS de Mathématiques

Durée 1 heure.

Tout au long du devoir rédiger précisément en justifiant à chaque fois.

Compétence	Apprendre	S'approprier	Raisonner	Communiquer
Barème	3 + 4 + 0	4 + 0 + 0	0 + 3 + 3	1 + 1 + 1
Évaluation				

Exercice 1. (8 points)



1. Donner sans justifier un encadrement à l'entier près de $\int_0^4 f(x) dx$ à l'aide du graphique.

En comptant les carreaux : $5 \leq \int_0^4 f(x) dx \leq 6$ (environ 5,2 u.a.).

2. Hachurer $\int_2^4 g(x) dx$ sur le graphique.

Il s'agit du domaine compris entre la courbe de g , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 2$ et $x = 4$ (hachuré en bleu sur le graphique).

3. Calculer $\int_0^2 h(x) dx$.

h est affine et passe par $(0; -3)$ et $(3; 0)$: $h(x) = x - 3$.

$$\int_0^2 (x - 3) dx = \left[\frac{x^2}{2} - 3x \right]_0^2 = 2 - 6 = -4.$$

4. En admettant que : $\int_0^4 g(x) dx \approx 0,54$, que $\int_2^4 g(x) dx \approx 1,57$.

Donner, en expliquant votre démarche, la valeur de $\int_0^2 g(x) - h(x) dx$.

Par la relation de Chasles : $\int_0^2 g(x) dx = \int_0^4 g(x) dx - \int_2^4 g(x) dx \approx 0,54 - 1,57 = -1,03$.

Par linéarité : $\int_0^2 (g(x) - h(x)) dx \approx -1,03 - (-4) = 2,97$.

5. Que représente ce résultat graphiquement ?

Sur $[0; 2]$, la courbe de g est au-dessus de celle de h : 2,97 u.a. est l'aire du domaine compris entre les deux courbes et les droites $x = 0$ et $x = 2$.

Exercice 2. (8 points)

1. Donner l'expression de $F(x)$, la primitive de $f(x) = 3x^2 + x$ telle que $F(2) = 0$.

$$F(x) = x^3 + \frac{x^2}{2} + C \text{ et } F(2) = 8 + 2 + C = 0 \text{ donc } C = -10 : F(x) = x^3 + \frac{x^2}{2} - 10.$$

2. Calculer $\int_{-5}^{10} f(x) dx$

$$\int_{-5}^{10} f(x) dx = F(10) - F(-5) = 1040 - (-122,5) = 1162,5.$$

3. Calculer la valeur moyenne de $f(x)$ entre -5 et 10.

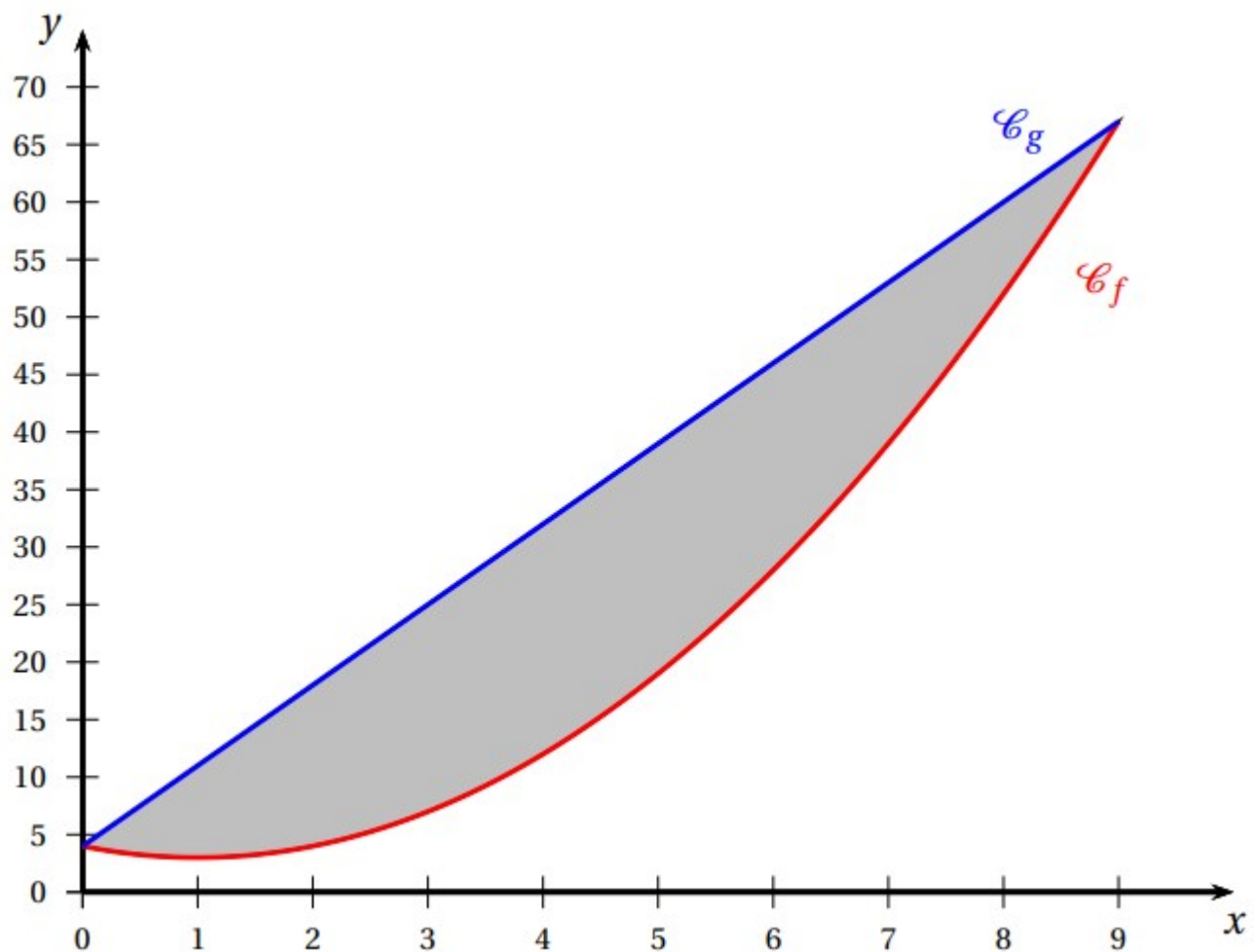
$$\mu = \frac{1}{10 - (-5)} \times 1162,5 = 77,5.$$

4. Donner l'expression de $G(x)$, la primitive de $g(x) = 3\sin(x) + 5\cos(x)$ telle que $G(\pi) = 0$.

$$G(x) = -3\cos(x) + 5\sin(x) + C \text{ et } G(\pi) = 3 + 0 + C = 0 \text{ donc } C = -3 : G(x) = -3\cos(x) + 5\sin(x) - 3.$$

5. Donner l'expression de $H(x)$, une primitive de $h(x) = \frac{2x+5}{(x^2+5x+11)^2}$.

$$h \text{ est de la forme } \frac{u'}{u^2} \text{ avec } u(x) = x^2 + 5x + 11 : H(x) = -\frac{1}{x^2 + 5x + 11}.$$

Exercice 3. (4 points)

Déterminer la valeur exacte de l'aire située entre les courbes représentatives de ces deux fonctions

sur $[0; 9]$.

$$f(x) = x^2 - 2x + 4$$

$$g(x) = 7x + 4$$

Sur $[0; 9]$, $g(x) - f(x) = 9x - x^2 = x(9 - x) \geq 0$: la droite est au-dessus de la parabole.

$$\mathcal{A} = \int_0^9 (9x - x^2) \, dx = \left[\frac{9x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^9 = 364,5 - 243 = 121,5 \text{ u.a.}$$