

DS de Mathématiques

Durée 1 heure.

Tout au long du devoir rédiger précisément en justifiant à chaque fois.

Exercice 1	Barème	Exercice 2	Barème	Communiquer	Barème
1.	/2	1. à 3.	/3	Global	/3
2.	/2	4.	/2		
3.	/2	5. et 6.	/3		
		7.	/1		
		8.	/2		

Exercice 1. (6 points)

1. a. Pour (u_n) une suite géométrique de raison 0,85 et de premier terme 500 donner l'expression de u_n en fonction de n .

$$u_n = 500 \times 0,85^n.$$

- b. Combien vaut u_{10} ? Arrondir au dixième.

$$u_{10} = 500 \times 0,85^{10} \approx 98,4.$$

2. a. Pour (u_n) une suite géométrique telle que $u_3 = 10$ et $u_8 = 31250$. Combien vaut la raison?

$$u_8 = u_3 \times q^5 \text{ donc } q^5 = \frac{31250}{10} = 3125 \text{ et } q = 5.$$

- b. Pour cette même suite combien vaut la somme des termes de u_0 à u_{10} ?

$$u_0 = \frac{u_3}{5^3} = \frac{10}{125} = 0,08. S = 0,08 \times \frac{1 - 5^{11}}{1 - 5} = 976562,48.$$

3. Calculer la somme : $65536 + 49152 + 36864 + \dots + 6561 =$ en précisant la raison et le premier terme de cette suite.

$$\text{Premier terme } 65536, \text{ raison } q = \frac{49152}{65536} = 0,75. 65536 \times 0,75^8 = 6561 \text{ donc il y a 9 termes :}$$

$$S = 65536 \times \frac{1 - 0,75^9}{1 - 0,75} = 242461.$$

Exercice 2. (12 points)

Dans un parc régional, on étudie une espèce de renards. Cette population était de 2 480 renards à la fin de l'année 2016. On modélise par u_n le nombre de renards dans le parc régional à la fin de l'année 2016 + n . On a donc $u_0 = 2480$.

On estime à 15 % par an la baisse du nombre u_n . On suppose que cette évolution restera identique pour les années à venir.

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis à l'unité.

1. Quelle sera la population de renards à la fin de l'année 2017?

$$u_1 = 2480 \times 0,85 = 2108 \text{ renards.}$$

2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .

$$u_{n+1} = 0,85 u_n.$$

3. Déterminer, en justifiant, quelle est la nature de u_n ?

On multiplie chaque année par 0,85 : (u_n) est géométrique de raison 0,85 et de premier terme $u_0 = 2480$.

4. On considère qu'en dessous de 100 individus l'espèce sera en situation d'extinction. En quelle année cela devrait arriver en continuant au rythme prévu?

$$u_n = 2480 \times 0,85^n < 100 \iff 0,85^n < \frac{100}{2480} \iff n > \frac{\ln(100/2480)}{\ln(0,85)} \approx 19,76. \text{ Donc } n = 20 : \text{ en } 2036.$$

5. Afin de préserver l'espèce, on décide d'introduire chaque année de nouveaux renards. On note v_n le nombre de renards présents dans le parc à la fin de l'année 2016 + n . On admet que $v_n = u_n + 200$.

Calculer v_1 et v_2 .

$$v_1 = 2108 + 200 = 2308 \text{ et } v_2 = 2480 \times 0,85^2 + 200 \approx 1992.$$

6. Donner l'expression de v_n en fonction de n .

$$v_n = 2480 \times 0,85^n + 200.$$

7. Donner une formule qui, saisie dans la cellule C2 ci-dessous, permet d'obtenir par recopie vers la droite les nombres de renards dans le parc chaque année.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Année	2016	2017	2018	2019	2020	2021
2	Nombre de renards	2480					

$$= \$B\$2 * 0,85^{(C1-2016)} + 200$$

8. Que penser de l'affirmation suivante : "Le nombre de renards va diminuer et se stabiliser vers 200".

Comme $0 < 0,85 < 1$, $0,85^n$ diminue et se rapproche de 0 : v_n diminue et se rapproche de 200. L'affirmation est vraie.