

DS de Mathématiques

Durée 1 heure.

Tout au long du devoir rédiger précisément en justifiant à chaque fois.

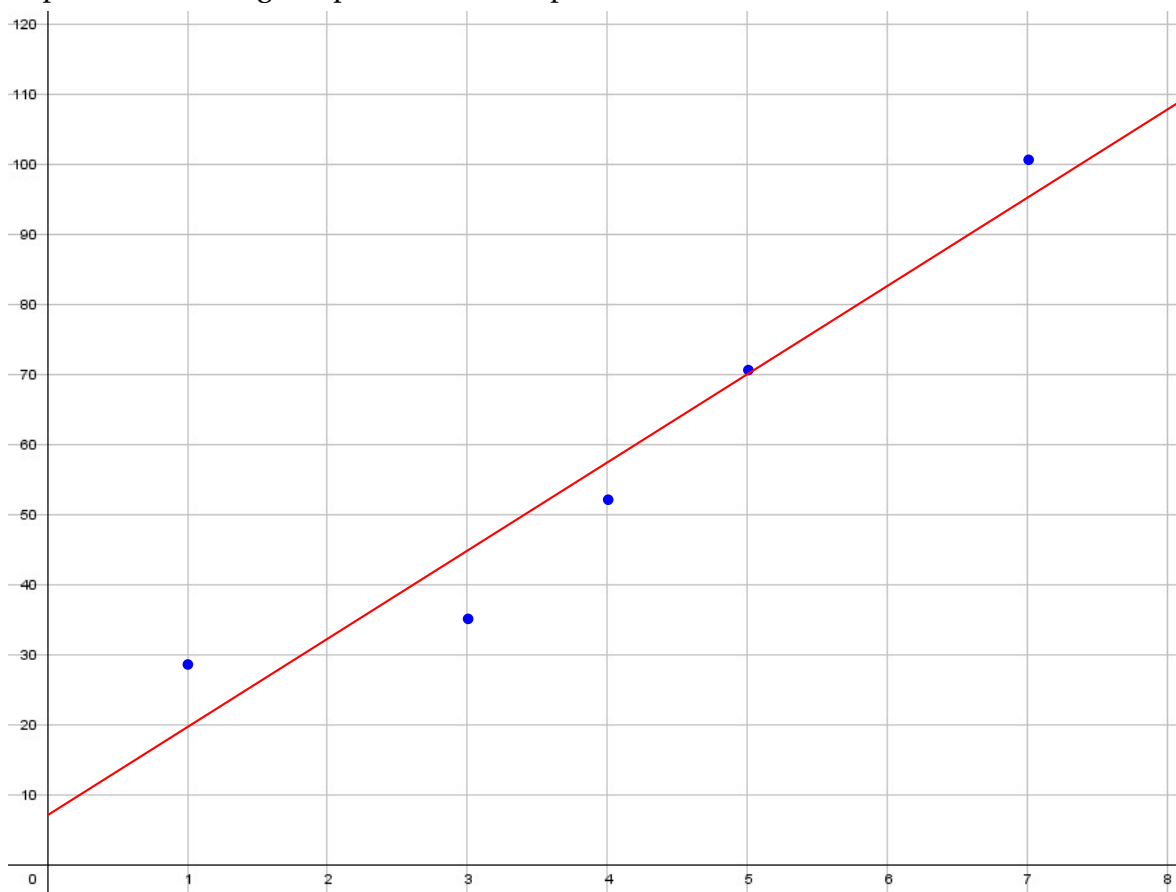
Exercice 1	Barème	Exercice 1	Barème	Exercice 2	Barème	Communiquer	Barème
1.	/1	5.	/2	Global	/4	Global	/2
2.	/2	6.	/2				
3.	/2	7.	/2				
4.	/1	8.	/2				

Exercice 1. (14 points)

Une entreprise de services d'une ville cherche à modéliser la consommation des ménages (en milliers d'euros) sur les dernières années.

Année	2012	2014	2015	2016	2018	2019
Rang de l'année x_i	1	3	4	5	7	8
Consommation y_i	28,5	35	52	70,5	100,5	140
z_i	1,45	1,54	1,72	1,85	2,00	2,15

1. Représenter le nuage de points dans le repère ci dessous.



2. Trouver l'équation de la droite d'ajustement de ce nuage de points. Arrondir les coefficients au dixième.

La calculatrice donne $y = 12,6x + 7$.

3. Tracer cette droite sur le graphique. Ce modèle semble-t-il pertinent? (Argumenter)
Droite tracée en rouge. Les points ne sont pas vraiment alignés (le nuage est « courbé » : l'augmentation s'accélère), ce modèle n'est pas très pertinent.
4. Si ce modèle s'avère juste à combien peut on estimer la consommation des ménages de cette ville en 2019?
2019 correspond à $x = 8$: $y = 12,6 \times 8 + 7 = 107,8$, soit environ 107 800 €.
5. Après vérification on constate que la consommation des ménages de cette ville en 2019 est finalement de 140 000 euros. Un nouvel ajustement semble plus adapté.
Ajouter le 140 dans la bonne case du tableau puis compléter la dernière ligne du tableau ci dessus avec :
 $z = \log(y)$
On ajoute $y = 140$ pour $x = 8$. z_i : 1,45; 1,54; 1,72; 1,85; 2,00; 2,15.
6. Déterminer l'équation de la droite d'ajustement de z par rapport à x . Arrondir les coefficients au dixième.
La calculatrice donne $z = 0,1x + 1,3$.
7. En déduire une expression plus adaptée de y en fonction de x .
 $\log(y) = 0,1x + 1,3$ donc $y = 10^{0,1x+1,3} = 10^{1,3} \times (10^{0,1})^x \approx 19,95 \times 1,259^x$.
8. A l'aide de ce nouvel ajustement estimer la consommation des ménages de cette ville en 2020 et en 2022. Arrondir à la centaine d'euros.
2020 : $x = 9$, $y = 10^{2,2} \approx 158,5$ soit environ 158 500 €.
2022 : $x = 11$, $y = 10^{2,4} \approx 251,2$ soit environ 251 200 €.

Exercice 2. (4 points)

Le tableau ci-dessous donne l'évolution du nombre d'employés d'un centre d'appel en fonction de l'année :

Année	2014	2015	2015	2016	2018	2019	2020
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7
Consommation y_i	66	104	130	207	290	345	428
z_i							

Trouver un ajustement qui semble pertinent et déterminer quel nombre d'employés serait à prévoir en 2023.

Les points $(x_i; y_i)$ sont presque alignés (les augmentations successives restent du même ordre, alors que les coefficients multiplicateurs $\frac{104}{66} \approx 1,58$; 1,25; 1,59; 1,40; 1,19; 1,24 diminuent). Un ajustement affine est pertinent : la calculatrice donne $y \approx 61,7x - 22,6$ (coefficient de corrélation $\approx 0,989$).

En 2023, $x = 10$: $y \approx 61,7 \times 10 - 22,6 \approx 595$ employés.

Remarque : un ajustement exponentiel ($\log(y) \approx 0,137x + 1,725$) prévoirait environ 1 233 employés, ce qui paraît très exagéré au vu de l'évolution récente.