

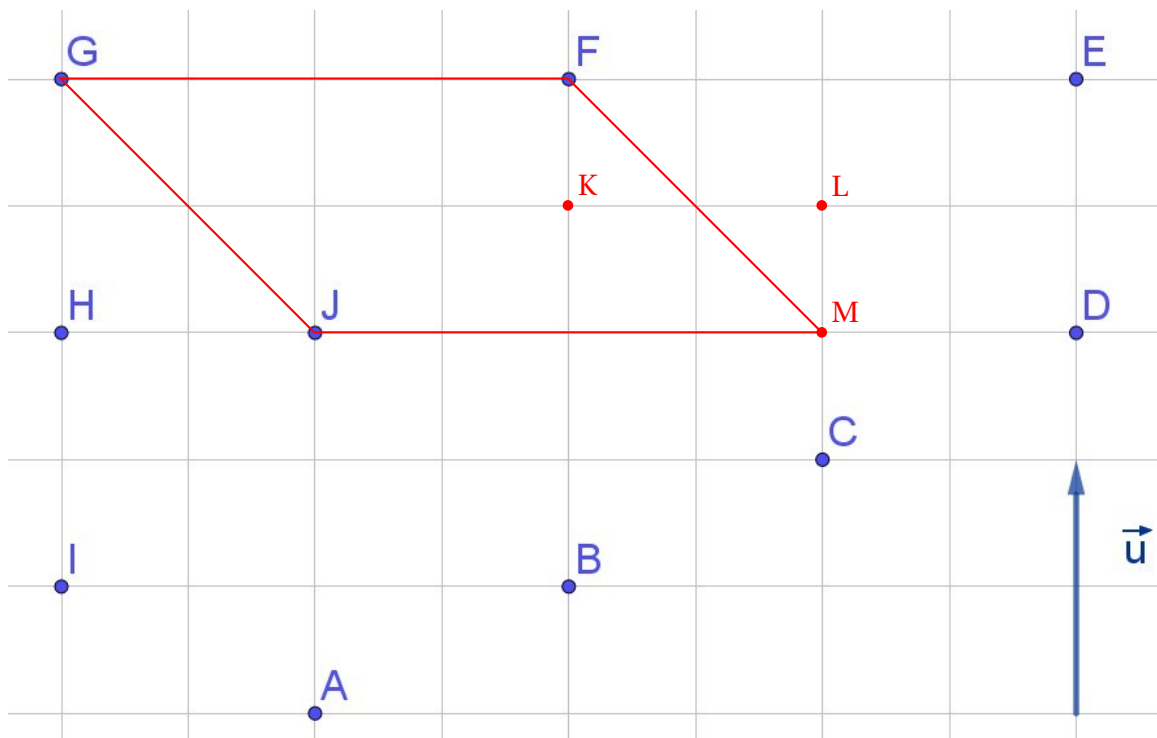
DS de Mathématiques

Durée 1 heure.

Tout au long du devoir rédiger précisément en justifiant à chaque fois.

Exercice 1	Barème	Exercice 2	Barème	Exercice 3	Barème	Communiquer	Barème
1.	/5	1.	/2	1.	/1,5	Global	/2
2.	/1,5	2.	/2	2.	/1		
3.	1,5	3.	/2	3.	/1,5		

Exercice 1. (8 points)



1. Citer dans chaque cas à l'aide des points de la figure **deux vecteurs** qui sont :

a. égaux à $\vec{BC}$.

$\vec{AB}$ et $\vec{CD}$.

b. opposés à $\vec{GJ}$.

$\vec{JG}$ et $\vec{BJ}$.

c. de même direction mais de sens opposé à $\vec{IJ}$.

$\vec{JI}$, $\vec{FJ}$ ou $\vec{EB}$.

d. de même longueur mais pas égal à $\vec{u}$.

$\vec{HJ}$ et $\vec{ED}$ (par exemple).

e. colinéaire mais de longueur différente de $\vec{IB}$.

$\vec{HJ}$ et $\vec{GE}$ (par exemple).

2. Placer sur le dessin ci-dessus les points K et L tels que : $\vec{IK} = \vec{JD} + \vec{CF}$ $\vec{LA} = \vec{ED} - 2\vec{BC}$

$\vec{JD} + \vec{CF}$ correspond à 4 carreaux vers la droite et 3 vers le haut : K est placé 4 carreaux à droite et 3 au-dessus de I.

$\overrightarrow{ED} - 2\overrightarrow{BC}$ correspond à 4 carreaux vers la gauche et 4 vers le bas; or $\overrightarrow{AL} = -\overrightarrow{LA}$ donc L est 4 carreaux à droite et 4 au-dessus de A. Les points sont placés en rouge sur la figure.

3. Placer le point M tel que FGJM soit un parallélogramme. Quelle égalité de vecteurs permet de s'assurer que cette figure est bien un parallélogramme?

FGJM est un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{FG} = \overrightarrow{MJ}$. M est placé en rouge sur la figure.

Exercice 2. (6 points)

1. Résoudre le système :
$$\begin{cases} 2x + 3y = 10 \\ 2x + 5y = 16 \end{cases}$$

En soustrayant la première ligne à la seconde : $2y = 6$ donc $y = 3$, puis $2x = 10 - 9 = 1$ donc $x = 0,5$. $\mathcal{S} = \{(0,5;3)\}$.

2. Un troupeau de chameaux (2 bosses) et de dromadaires (1 bosse) vient se désaltérer dans une oasis. On compte 12 têtes et 17 bosses.

Combien ce troupeau compte-t-il de chameaux et de dromadaires?

Avec c chameaux et d dromadaires :
$$\begin{cases} c + d = 12 \\ 2c + d = 17 \end{cases}$$
 donc $c = 5$ et $d = 7$. Il y a 5 chameaux et 7 dromadaires.

3. Pour 12 kilogrammes de vernis et 7 litres de cire, on paie 153,85 euros.

Pour 9 kilogrammes de vernis et 4 litres de cire, on paie 104,95 euros.

Quel est le prix du kilogramme de vernis et du litre de cire? Justifier.

Avec v le prix d'un kg de vernis et c celui d'un litre de cire :
$$\begin{cases} 12v + 7c = 153,85 \\ 9v + 4c = 104,95 \end{cases}$$

$3 \times L_1 - 4 \times L_2 : 21c - 16c = 461,55 - 419,8$ donc $5c = 41,75$ et $c = 8,35$. Puis $9v = 104,95 - 33,4 = 71,55$ donc $v = 7,95$.

Le vernis coûte 7,95 € le kg et la cire 8,35 € le litre.

Exercice 3. (4 points)

Soit ABCD est un carré, I, J, K, L les milieux respectifs des segments [AB], [BC], [CD] et [DA].

1. Est-il vrai que $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{LK}$? Justifier très précisément pourquoi.

Oui. Dans le triangle ABC, I et J sont les milieux de [AB] et [BC] donc $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$. Dans le triangle ADC, L et K sont les milieux de [AD] et [DC] donc $\overrightarrow{LK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$. Ainsi $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{LK}$.

2. Simplifier au **maximum** : $\overrightarrow{JB} + \overrightarrow{CK} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{KI}$.

$\overrightarrow{JB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CK} + \overrightarrow{KI} = \overrightarrow{JI}$ (relation de Chasles).

3. Simplifier au **maximum** : $3\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{IK} + 2\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AD}$.

$\overrightarrow{IK} = \overrightarrow{AD}$ et $-2\overrightarrow{BD} + 2\overrightarrow{CD} = 2(\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CD}) = 2\overrightarrow{CB} = -2\overrightarrow{AD}$.

Donc la somme vaut $3\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AC}$.