

DS de Mathématiques

Durée 1 heure

Sujet A

Tout au long du devoir rédiger précisément en justifiant à chaque fois.

Exercice 1	Barème	Exercice 2	Barème	Communiquer	Barème
1.	/1,5	1. 2.	/2	global	/2
2.	/1	3. 4.	/3		
3. 4.	/2,5	5. à 8.	/4		
5. 6.	/2,5				
7.	/1,5				

Exercice 1. (10 points)

Dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, soient $A(5; 1)$, $B(6; -3)$ et $C(163; -37)$ trois points du plan.

1. Calculer les coordonnées des vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{BC}$.

$$\vec{AB} \begin{pmatrix} 6-5 \\ -3-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{BC} \begin{pmatrix} 163-6 \\ -37+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 157 \\ -34 \end{pmatrix}.$$

2. Calculer les coordonnées de $5\vec{AB} - 3\vec{BC}$.

$$5\vec{AB} - 3\vec{BC} \begin{pmatrix} 5-471 \\ -20+102 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -466 \\ 82 \end{pmatrix}.$$

3. Calculer les coordonnées de I milieu de $[AB]$.

$$I \left(\frac{5+6}{2}; \frac{1-3}{2} \right) = (5, 5; -1).$$

4. Calculer la longueur du segment $[AB]$.

$$AB = \sqrt{1^2 + (-4)^2} = \sqrt{17} \approx 4,12.$$

5. Donner en justifiant la valeur de X pour que ce vecteur soit colinéaire à $\vec{AB} : \begin{pmatrix} -12 \\ X \end{pmatrix}$.

$$\det \left(\vec{AB}, \begin{pmatrix} -12 \\ X \end{pmatrix} \right) = 1 \times X - (-4) \times (-12) = X - 48 = 0 \text{ donc } X = 48.$$

6. Quelles coordonnées doit avoir le point D pour que $ABCD$ soit un parallélogramme? Justifier.

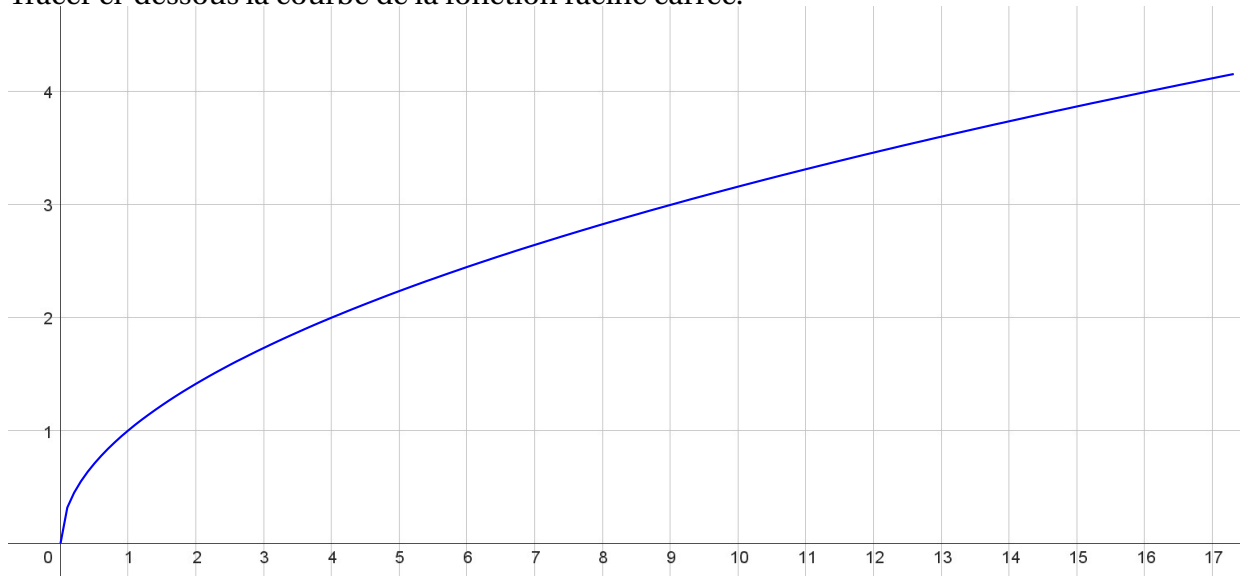
$ABCD$ est un parallélogramme si et seulement si $\vec{AB} = \vec{DC} : 163 - x_D = 1$ et $-37 - y_D = -4$ donc $D(162; -33)$.

7. Soit E de coordonnées $(-15; -39)$. Dire, en justifiant, si les points A , B et E sont alignés.

$\vec{AE} \begin{pmatrix} -20 \\ -40 \end{pmatrix}$ et $\det(\vec{AB}, \vec{AE}) = 1 \times (-40) - (-4) \times (-20) = -120 \neq 0$: les vecteurs ne sont pas colinéaires, donc A , B et E ne sont pas alignés.

Exercice 2. (10 points)

1. Tracer ci-dessous la courbe de la fonction racine carrée.



2. Quelle est l'expression de la fonction cube?

$$f(x) = x^3.$$

3. Donner le tableau de signes de la fonction inverse.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$\frac{1}{x}$	$-$	$ $	$+$

4. Donner le tableau de variations de la fonction carré.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
x^2	$\searrow$	0	$\nearrow$

5. Résoudre $x^2 = 25$.

$$\mathcal{S} = \{-5; 5\}.$$

6. Si $1 < x < 16$, encadrer x^3 .

La fonction cube est croissante sur $\mathbb{R}$ donc $1 < x^3 < 4096$.

7. Si $2 < x < 3$, encadrer $\frac{1}{x}$.

La fonction inverse est décroissante sur $]0; +\infty[$ donc $\frac{1}{3} < \frac{1}{x} < \frac{1}{2}$.

8. Si $0 \geq x^2 < 4$, encadrer x .

Si $0 \leq x^2 < 4$ alors $-2 < x < 2$.