

**Sujet à rendre avec la copie**

Calculatrice autorisée

**EXERCICE 1**

**10 points**

Une entreprise a produit 20 tonnes de déchets en 2020. Chaque année, l'entreprise veut diminuer de 5% la masse de déchets qu'elle produit par rapport à l'année précédente. On modélise la masse de déchets produits par une suite  $(u_n)$ . Pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n$  représente donc la masse de déchets produits, exprimées en tonnes, à la fin de l'année 2020 +  $n$ . Ainsi  $u_0 = 20$ .

1. Calculer  $u_1$  et  $u_2$ .

$$u_1 = 20 \times 0,95 = 19 \text{ et } u_2 = 19 \times 0,95 = 18,05.$$

2. Justifier que  $(u_n)$  est une suite géométrique et préciser sa raison.

Diminuer de 5 % revient à multiplier par 0,95 :  $(u_n)$  est géométrique de raison  $q = 0,95$  et de premier terme  $u_0 = 20$ .

3. Exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .

$$u_n = 20 \times 0,95^n.$$

4. Quelle sera la masse de déchets produite par l'entreprise en 2028? On donnera la valeur au kilogramme près.

$$2028 \text{ correspond à } n = 8 : u_8 = 20 \times 0,95^8 \approx 13,268 \text{ tonnes, soit } 13\,268 \text{ kg.}$$

5. L'entreprise souhaite connaître le nombre d'années nécessaires pour que la masse de déchets produits devienne inférieure à 15 tonnes.

Compléter l'algorithme ci-contre pour qu'à la fin de son exécution la variable  $n$  contienne le nombre d'années nécessaires pour atteindre ce seuil.

Déterminer le nombre d'années nécessaires pour atteindre ce seuil.

Il faut initialiser  $u = 20$  et la condition est `while u >= 15` :.

$u_5 = 20 \times 0,95^5 \approx 15,48$  et  $u_6 = 20 \times 0,95^6 \approx 14,70$  : il faut 6 années (la masse passe sous 15 tonnes en 2026).

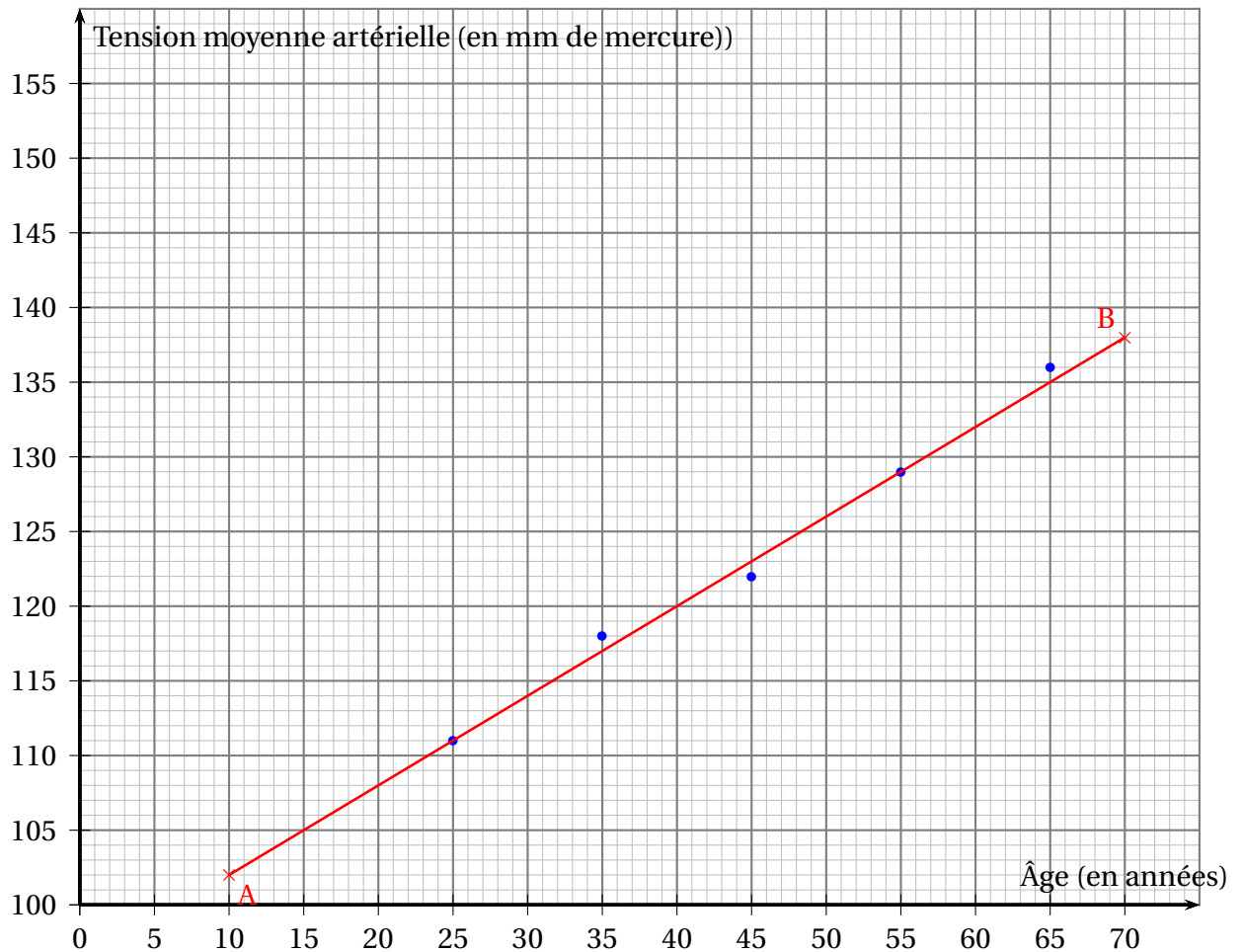
|                                |
|--------------------------------|
| $u = 0$ (à remplacer par $u$ ) |
| $n = 0$                        |
| while $u \geq 15$ :            |
| $u = 0.95 * u$                 |
| $n = n + 1$                    |

**EXERCICE 2****10 points**

Le tableau suivant donne la tension artérielle systolique moyenne  $y_i$  d'une population de femmes à différents âges  $x_i$ .

| Âge $x_i$ (en années)                               | 25  | 35  | 45  | 55  | 65  |
|-----------------------------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| Tension artérielle moyenne $y_i$ (en mm de mercure) | 111 | 118 | 122 | 129 | 136 |

1. Représenter le nuage de points de coordonnées  $(x_i; y_i)$  dans le repère orthogonal ci-dessous.



Pourquoi un ajustement affine du nuage de points est-il envisageable?

Les points du nuage sont sensiblement alignés : un ajustement affine est envisageable.

2. À l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite d'ajustement de  $y$  en  $x$  obtenue par la méthode des moindres carrés sous la forme  $y = ax + b$  en donnant les valeurs exactes des coefficients  $a$  et  $b$ .

La calculatrice donne  $y = 0,61x + 95,75$ .

Dans toute la suite de l'exercice, on prendra comme modèle d'ajustement la droite  $(d)$  d'équation  $y = 0,6x + 96$ .

3. Tracer cette droite dans le repère ci-dessus. Indiquer sur la copie les coordonnées des points utilisés pour tracer la droite  $(d)$ .

Par exemple  $A(10; 102)$  et  $B(70; 138)$  car  $0,6 \times 10 + 96 = 102$  et  $0,6 \times 70 + 96 = 138$  (droite tracée en rouge ci-dessus).

4. Avec ce modèle d'ajustement, estimer la tension artérielle d'une femme de 50 ans.

$0,6 \times 50 + 96 = 126$  mm de mercure.

5. Avec ce modèle d'ajustement, déterminer, par le calcul, à partir de quel âge une femme a une tension artérielle moyenne supérieure à 140.

$$0,6x + 96 > 140 \iff 0,6x > 44 \iff x > \frac{44}{0,6} \approx 73,3. \text{ À partir de 74 ans environ.}$$